FOGLIO ESERCIZI 3

Esercizio 1. *Si considerino i seguenti vettori di* $\mathbb{R}^4$*.*

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- *Stabilire se* $v_3 \in \mathrm{Span}(v_1)$.
- *Stabilire se* $v_3 \in \mathrm{Span}(v_1, v_2)$.
- *Stabilire se* v_1, v_2, v_3 *sono linearmente indipendenti.*
- *Stabilire se* $v_4 \in \mathrm{Span}(v_1)$.
- *Stabilire se* $v_4 \in \mathrm{Span}(v_1, v_2)$.
- *Stabilire se* v_1, v_2, v_4 *sono linearmente indipendenti.*
- *Stabilire se* v_1, v_2, v_3, v_4 *sono linearmente indipendenti.*

Esercizio 2. *Si considerino i seguenti vettori di* $\mathbb{R}^3$*.*

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- *Determinare se* $\{v_1, v_2, v_3\}$ *sono un sistema di generatori di* $\mathbb{R}^3$*. Sono linearmente indipendenti? Costituiscono una base di* $\mathbb{R}^3$*?*
- *Determinare se* $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ *sono un sistema di generatori di* $\mathbb{R}^3$*. Sono linearmente indipendenti? Costituiscono una base di* $\mathbb{R}^3$*?*
- *Stabilire se* $v_1 \in \mathrm{Span}(v_2, v_3)$.
- *Stabilire se* $v_1 \in \mathrm{Span}(v_2, v_3, v_4)$.

Esercizio 3. *Trovare un sistema di generatori per i seguenti sottospazi:*

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \right\} \qquad W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \right\}.$$

(Suggerimento: usare la procedura vista per passare dalle equazioni cartesiane alle equazioni parametriche.)

Esercizio 4. *Trovare equazioni per i seguenti sottospazi:*

$$W_1 = \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \qquad W_2 = \mathrm{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

(Suggerimento: usare la procedura vista per passare dalle equazioni parametriche alle equazioni cartesiane.)